

OptSeq II によるスケジューリング入門

OptSeq II

導入ガイド

LOG OPT Co., Ltd.

ご注意

- このソフトウェアおよびマニュアルの著作権はLOGOPT社にあります。
- このソフトウェアおよびマニュアルの一部または全部を無断で複製することはできません。
- このソフトウェアおよびマニュアルを運用した結果の影響については、一切責任を負いかねますのでご了承ください。
- このマニュアルに記載されている事柄は、将来予告なしに変更することがあります。

Windows 98, 2000, XP, Access, Excel, Visual Basic, Project は、米国 Microsoft Corporation の商標です。

目次

1 はじめにーモデルについてー	3
2 スケジューリングモデル概観	3
3 PERTー航空機を早く離陸させよう!ー	4
4 PERT (作業員が1人のとき)ー資源を使ってみよう!ー	11
5 並列ショップスケジューリングーピットイン時間を短縮せよ!ー	14
6 並列ショップスケジューリング 2ーモードの概念と使用法ー	19
7 資源制約付きスケジューリングーお家を早く造ろう!ー	23
8 納期遅れを最小にしよう!	26
9 航空機をもっと早く離陸させよう! (CPM)	28
10 時間制約ー先行制約の一般化ー	32
11 作業の途中中断	35
12 作業の並列処理	38

1 はじめに—モデルについて—

本ドキュメントでは、スケジューリング最適化システム OptSeq II で対象とする「モデル」について解説します。資源制約付きスケジューリング問題を解くためのソルバーです。

OptSeq II のトライアル・バージョンは、LOGOPT 社のホームページ

<http://www.logopt.com/>

から無料でダウンロードして試用することができます。また、本ドキュメントで使用されたプログラムも、同じ場所からダウンロードできます。

このトライアル・バージョンは、作業数 15 までの問題を解くことができます。

以下では、モデルについて例題を交えて丁寧に解説すると同時に、実際問題をモデルに帰着させるための様々なテクニックを紹介しようと思います。

2 スケジューリングモデル概観

一般に、スケジューリングモデルは、以下の基本的な要素から構成されます。

作業：作業は成すべき仕事のことです。しばしば、作業はジョブ、タスク、オペレーション、活動 (activity) などとよばれます。作業には、その仕事を行うときにかかる時間 (作業量) やその仕事を終わらさなければならない期限 (納期) などの情報が付加されます。

先行 (時間) 制約：ある作業がある作業の前に処理されなければならない条件を「先行制約」とよびます。多くのスケジューリングモデルでは、作業間に先行制約が付加されます。たとえば、「のどが渴いたのでジュースを買って飲む」ためのスケジューリングモデルでは、「ジュースを買う」、「蓋をあける」、「ジュースを飲む」の3つの作業がありますが、これらの作業の間には、ジュースを買う前に蓋を開けることはできないこと、蓋を開ける前にジュースを飲むことができないこと、を表す2つの先行制約を満たす必要があります (ここで、ジュースを飲む前にジュースを買わなければならないことは、ここで定義した2つの先行制約から導かれるので、考慮しなくても大丈夫です。)

資源：作業を行うときに必要なもので、その量に限りがあるものを資源とよびます。資源はしばしばリソース、機械などよばれることがあります。資源は、作業を行う人の稼働できる時間や、機械そのものや、製品を作るための材料などを表す抽象的な概念です。現場に応じて、何を資源としてモデルに組み込むかは、モデルを作成する人のセンスに依存します。実際には、その量に限りがあっても、その製造現場では制約にならないほど十分にあるものは (少なくとも OptSeq で最適化を行う際には) 資源としてモデルに入れる必要はありません。

他にもスケジューリングモデルには、様々な要素が入ってきますが、以下で例題と練習問題を通して順次解説していきます。

以下の構成は次ようになっていきます。

§ 3 では、プロジェクトスケジューリングの古典モデルである PERT (program evaluation and review technique) を例として、先行制約の使い方を学びます。

§ 4 では、資源制約付きの PERT の例題を通して、資源のモデル化方法を説明します。また、サブルーチンを使って、記述を簡潔にする方法について学びます。

§ 5 では、F1 のピットイン時間の短縮の例題を通して、並列ショップスケジューリングとよばれる問題のモデル化を解説します。

§ 6 では、前節と同じ F1 のピットイン時間の短縮の例題を通して、作業のモードの概念を説明します。

§ 7 では、一般の資源制約付きスケジューリング問題の OptSeq を用いたモデル化について解説します。

§ 8 では、納期遅れの最小化について解説します。

§ 9 では、モードと再生不能資源を用いて、クリティカルパス法とよばれる PERT の拡張を例として、帰着のテクニックをご紹介します。特に、再生可能資源（通常の機械や人のような資源）と再生不能資源（お金や原料のような資源）の違いを解説し、再生不能資源を表現する方法を説明します。

§ 10 では、先行制約の一般化と、それを用いた種々の作業間のタイミングの設定法について解説します。

§ 11 では、作業を途中で中断することができる場合の記述法について説明します。

12 では、作業の並列処理を簡単に記述する方法について解説します。

3 PERT—航空機を早く離陸させよう!—

ここで学ぶこと

- OptSeq を使用するための準備（OptSeq の宣言と計画期間の入力方法）
- 作業と先行制約の入力の仕方
- 最大完了時刻（すべての作業が終了する時刻）を表現する方法
- ソルバーの起動方法
- 結果（各作業の開始時間）を得る方法

最初の例題として、PERT (Program Evaluation and Review Technique) および CPM (Critical Path Method ; クリティカルパス法) とよばれる、スケジューリング理論の始祖とも言える古典的なモデルを考えてみましょう。ちなみに、PERT は、第 2 次世界大戦中における米国海軍のポラリス潜水艦に搭載するミサイルの設計・開発時間の短縮に貢献したことで有名になって、その後オペレーションズ・リサーチの技法の

代表格として知られています。現在では、PERT は、多くのプロジェクト・スケジューリングのためのソフトウェアに導入されており、一般に普及しています。クリティカルパス法については、§ 9 で詳述します。

あなたは航空会社のコンサルタントだ。あなたの仕事は、着陸した航空機をなるべく早く離陸させるためのスケジュールをたてることだ。航空機は、再び離陸する前に幾つかの作業をこなさなければならない。まず、乗客と荷物を降ろし、次に機内の掃除をし、最後に新しい乗客を搭乗させ、新しい荷物を積み込む。当然のことであるが、乗客を降ろす前に掃除はできず、掃除をした後でないと新しい乗客を入れることはできず、荷物をすべて降ろし終わった後でないと、新しい荷物は積み込むことができない。また、この航空会社では、乗客用のゲートの都合で、荷物を降ろし終わった後でないと新しい乗客を搭乗させることができないのだ。作業時間は、乗客降ろし 13 分、荷物降ろし 25 分、機内清掃 15 分、新しい乗客の搭乗 27 分、新しい荷物積み込み 22 分とする。さて、最短で何分で離陸できるだろうか？

この問題に含まれる作業とそれを行うのに必要な時間（作業時間）は、以下のようにまとめられます。

作業 1：乗客降ろし（13 分）

作業 2：荷物降ろし（25 分）

作業 3：機内清掃（15 分）

作業 4：新しい乗客の搭乗（27 分）

作業 5：新しい荷物積み込み（22 分）

作業間の先行制約は、図 1 のようになっています。この図には、すべての作業が終了したあとに航空機が飛び立つことを表す作業（離陸）が追加されています。このように、もとの問題には明示的には含まれていないが、モデル内で追加する仮想の対象を「ダミー」とよびます。この離陸を表すダミー作業をなるべく早く終了させることが、問題の目的となります。

この例題を OptSeq で解いてみましょう。

まず、作業を入力します。作業に関するデータとして作業時間がありますが、OptSeq では作業に付随するモードを定義し、モードに対して使用する資源と作業時間を入力します（ここでは資源は使用しません。）

作業の定義は

activity 作業名

モード名 モード名 ...

と行います（注意：モード名には“dummy”以外の文字列を入力してください）。

モードが 1 つのときには、モード名を省略して、mode の後ろに作業時間を表すキーワード duration をつけて作業時間を設定することができます。

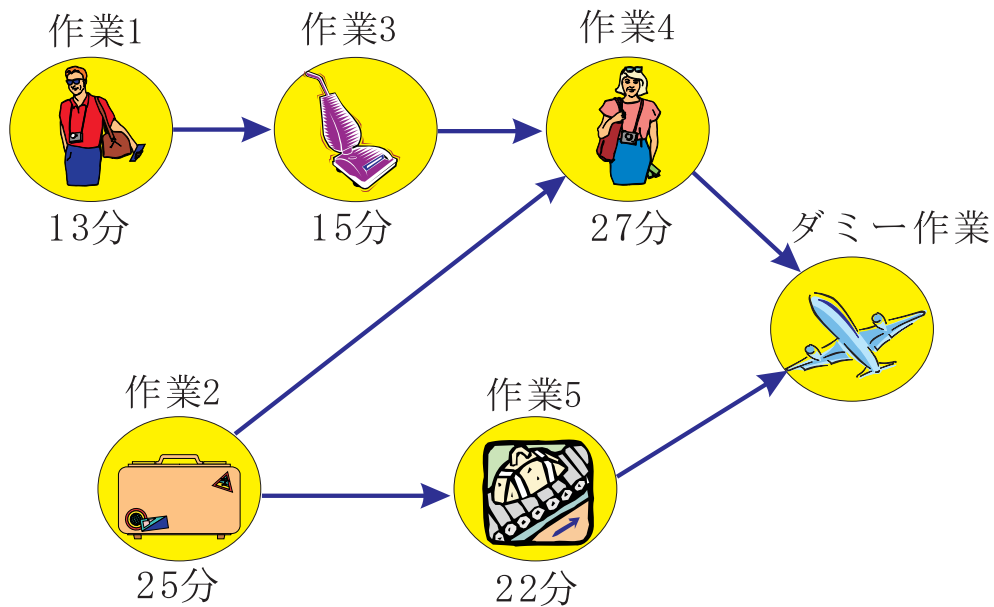


図 1: 作業時間と作業間の先行制約

```
activity 作業名
      mode duration 作業時間
```

また、作業名の後ろに、キーワード `duedate` を付加することによって、作業の納期を設定できます。

```
activity 作業名 duedate 納期
```

OptSeq では、作業の完了時刻が、納期を超過した量（納期遅れ）を最小にするようなスケジュールを探索します。

例題では、5 つの作業を以下のように定義します。

```
activity activity[1]
      # 処理モードが1つだけのときは、activity 記述内に mode を記述可能
      mode duration 13
```

```
activity activity[2]
      mode duration 25
```

```
activity activity[3]
      mode duration 15
```

```
activity activity[4]
    mode duration 27
```

```
activity activity[5]
    mode duration 22
```

ここで、# の右側はコメント文です。

続いて、作業間の先行制約（乗客を降ろす前に掃除はできず、掃除をした後でないと新しい乗客を入れることはできず、荷物をすべて降ろし終わった後でないと新しい荷物は積み込むことができないことを表す制約）を入力します。

先行制約の定義は

```
temporal 先行作業 後続作業
```

と行います。これによって、先行作業が完了した後に、後続作業を行うという制約が付加されます。

例題の先行作業は、以下のように定義します。

```
temporal activity[1] activity[3]
temporal activity[2] activity[4]
temporal activity[2] activity[5]
temporal activity[3] activity[4]
```

先行制約には、段取り時間（作業が終わってから次の作業を開始する前にかかる準備時間）を付加することもできます。たとえば、作業 1 の後、作業 3 を開始する前に、5 分の空き時間が必要な場合には、キーワード `delay` を使って、

```
temporal activity[1] activity[3] delay 5
```

と書きます。

段取り時間は、負の値を設定することも可能です。たとえば、段取り時間に -5 分を入れた場合には、作業 1 が終了する 5 分前以降に作業 2 を開始しなければならないことを表します。

以上で、作業（および付随するモード）、ならびに先行制約が入力されました。最後に、目的である最後の作業が完了する時間を最小化することを入力しましょう。

OptSeq では、すべての作業に後続するダミーの作業 `sink` が定義されています（ちなみに、すべての作業に先行するダミーの作業 `source` もあります。）したがって、最後に終了する作業の完了時刻を最小にするためには、ダミーの作業 `sink` の開始時刻をなるべく小さくするように設定します。入力は、

```
activity sink duedate 0
```

とします。

以上でデータ入力完了しましたので、いよいよ求解してみましょう。

Windows の場合には、コマンドプロンプトを起動して、保存したファイルと実行ファイル `optseq.exe` が保存されているフォルダに移動してください。問題例のデータは標準入力から読み込まれます。データを記述した入力ファイルを `inputfile` として、

```
optseq < inputfile
```

で実行されます。

OptSeq の実行の際には、様々なオプションを設定することができます。

```
optseq -help
```

とすると、

```
Usage: optseq [-options...]
```

```
-backtrack # set max number of backtrack (default: 100)
-data       print input data and terminate immediately
-initial f  set initial solution file (default: not specified)
-iteration # set iteration limit (default: 1073741823)
-report #   set report interval (default: 1073741823)
-seed #     set random seed (default: 1)
-tenure #   set tabu tenure (default: 0)
-time #     set cpu time limit in second (default: 600)
```

= number, f = file name

と設定可能なオプションと解説が出力されます。これらのオプションは、以下のような意味をもちます（ここでは、制限時間を設定するオプション `-time` だけを使います）。

```
-backtrack
```

スケジュール生成1回あたりの最大バックトラック数を設定する。

```
-data
```

入力データを出力して終了する。

```
-initial
```

指定したファイルで初期解を与える。

-iteration

最大反復回数を設定する.

-report

解移動情報を何反復ごとに出力するか設定する.0を指定すると,より詳しい情報が各反復ごとに出力される.

-seed

乱数系列の種を設定する.

-tenure

タブー期間 (tabu tenure) の初期値を設定する.タブー期間は探索中自動調節される.

-time

最大計算時間 (秒) を設定する.

制限時間を1秒として計算を実行するには,

```
optseq -time 1< inputfile
```

とします.

この問題は極めて簡単なので,最適解が容易にみつかります.画面には,以下のような表示がされるはずです.

```
# reading data ... done: 0.00(s)
# random seed: 1
# tabu tenure: 1
# cpu time limit: 3.00(s)
# iteration limit: 1073741823
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done
#scc 7
objective value = 55 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 55/55
--- best activity list ---
source activity[2] activity[5] activity[1] activity[3] activity[4] sink

--- best solution ---
source ---: 0 0
```

```

sink ---: 55 55
activity[1] ---: 0 0--13 13
activity[2] ---: 0 0--25 25
activity[3] ---: 13 13--28 28
activity[4] ---: 28 28--55 55
activity[5] ---: 25 25--47 47

```

```

objective value = 55
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 1/62605

```

この結果は、最後の作業が完了する時間（離陸の時間）が 55 分後であり、そのための各作業の開始時間が、それぞれ 0, 0, 13, 28, 25 分後であることを表しています。

図 2 に、得られたスケジュールを図示します。この図式は、1919 年に Henry L. Gantt によって考案されたもので、ガントチャートとよばれます。ガントチャートでは、横軸を時間軸とし、作業時間を矩形で表示します。ガントチャートを描くための GUI (Graphical User Interface) は、たくさん販売（もしくは無料配布）されていますので、OptSeq に GUI を追加することは比較的容易です。Excel を用いても簡易的にガントチャートが描けます。より詳細な表示をするには、Microsoft Project などのソフトウェアもしくは市販の ActiveX コンポーネントをご利用ください。



図 2: ガントチャート

入力データのすべてを以下にまとめておきます。

```

# PERT の例題
activity activity[1]
    mode duration 13

activity activity[2]
    mode duration 25

```

```

activity activity[3]
    mode duration 15

activity activity[4]
    mode duration 27

activity activity[5]
    mode duration 22

# 先行制約
temporal activity[1] activity[3]
temporal activity[2] activity[4]
temporal activity[2] activity[5]
temporal activity[3] activity[4]

# 最大完了時刻最小化
activity sink duedate 0

```

ここで扱った例題は、久保幹雄著「組合せ最適化とアルゴリズム」(共立出版)から引用したものです。PERTに対する効率的なアルゴリズムについては、原著をご参照ください。

練習問題 1 自分でPERTの例題を作成して、それをOptSeqを用いて解いてみましょう。

4 PERT (作業員が1人のとき) – 資源を使ってみよう! –

ここで学ぶこと

- 資源制約の追加の仕方
- 作業の使用する資源量の入力仕方

あなたは航空会社のコンサルタントだ。リストラのため作業員の大幅な削減を迫られたあなたは、前節の例題と同じ問題を1人の作業員で行うためのスケジュールを作成しなければならなくなった。作業時間や先行制約は、前節と同じであるとするが、各々の作業は作業員を1人占有する(すなわち、2つの作業を同時にできない)ものとする。どのような順序で作業を行えば、最短で離陸できるだろうか?

この例題のように、使用できる資源(作業員)に限りがある問題を扱うには、前節ではデータ設定をしていなかった資源をきちんと入力する必要があります。

資源とその使用可能量上限(供給量)は、以下のような書式で設定します。

```

resource 資源名
    interval 時刻1 時刻2 capacity 供給量
    interval 時刻1 時刻2 capacity 供給量
    ...

```

「時刻1」は資源が使用できる開始時刻、「時刻2」は終了時刻を表します。この時刻の組を「区間」とよびます。区間は1つ以上、何個でも定義でき、区間ごとにキーワード capacity の後に、資源供給量を指定します。記述のない区間は供給量 0 (資源使用不可) と見なされます。

例題においては、時刻 0 からすべての作業が完了するまで、資源量 1 を供給する作業員 (名前は worker) を定義します。

```
resource worker interval 0 inf capacity 1
```

ここで、inf は無限 (infinity) を表し、非常に大きな数を表すキーワードです。

また、モード (この例題では作業と同じ意味です) に資源の使用量を追加する必要があります。そのためには、作業 (もしくはモード) の定義の中で、資源量を記述します。

```
activity 作業名
  資源名 interval 区間 requirement 使用量
        interval 区間 requirement 使用量      ...
```

例題の場合には、各作業は作業員 1 人を占有するので (たとえば) 作業 1 の定義は、以下のようになります。

```
activity activity[1]
  mode duration 13
  worker interval 0 13 requirement 1
```

他の作業についても同様に資源使用量が 1 であることを記述します。

この問題も最適解が容易にみつかります。画面には、以下のような表示がされるはず (図 3)。

```
# reading data ... done: 0.00(s)
# random seed: 1
# tabu tenure: 1
# cpu time limit: 3.00(s)
# iteration limit: 1073741823
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done
#scc 7
objective value = 102 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 102/102

--- best activity list ---
```

```
source activity[2] activity[5] activity[1] activity[3] activity[4] sink
```

```
--- best solution ---
```

```
source ---: 0 0
```

```
sink ---: 102 102
```

```
activity[1] ---: 47 47--60 60
```

```
activity[2] ---: 0 0--25 25
```

```
activity[3] ---: 60 60--75 75
```

```
activity[4] ---: 75 75--102 102
```

```
activity[5] ---: 25 25--47 47
```

```
objective value = 102
```

```
cpu time = 0.00/3.00(s)
```

```
iteration = 0/64983
```

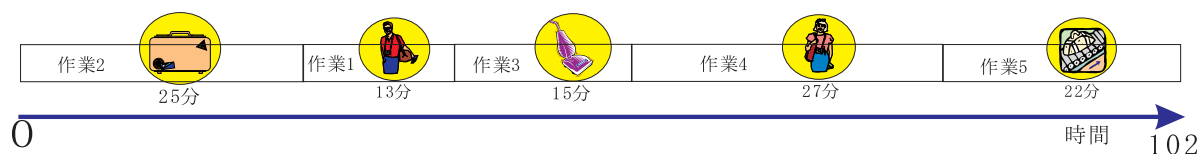


図 3: 作業員が1人の場合のガントチャート

この結果は、最後の作業が完了する時間（離陸の時間）が 102 分後であり、そのための各作業の開始時間が、それぞれ 25, 0, 38, 53, 80 分後であることを表しています。

入力データのすべてを以下にまとめておきます。

PERTの例題（作業員が1人の場合）

```
resource worker interval 0 inf capacity 1
```

```
activity activity[1]  
  mode duration 13  
  worker interval 0 13 requirement 1
```

```
activity activity[2]  
  mode duration 25  
  worker interval 0 25 requirement 1
```

```
activity activity[3]  
  mode duration 15  
  worker interval 0 15 requirement 1
```

```
activity activity[4]  
  mode duration 27
```

```
worker interval 0 27 requirement 1

activity activity[5]
mode duration 22
worker interval 0 22 requirement 1

# 先行制約
temporal activity[1] activity[3]
temporal activity[2] activity[4]
temporal activity[2] activity[5]
temporal activity[3] activity[4]

# 最大完了時刻最小化
activity sink due date 0
```

練習問題 2 前節の練習問題で作成したPERTの例題に対して、作業員1人で作業を行うとしたときのスケジュールをOptSeqを用いて解いてみましょう。

5 並列ショップスケジューリング–ピットイン時間を短縮せよ!–

ここで学ぶこと

- 並列ショップスケジューリングについて
- 資源量の上限が1より大きい場合の取り扱い

あなたはF1のピットクルーだ。F1レースにとってピットインの時間は貴重であり、ピットインしたレーシングカーに適切な作業を迅速に行い、なるべく早くレースに戻してやるのが、あなたの使命である。

作業1：給油準備 (3秒)

作業2：飲料水の取り替え (2秒)

作業3：フロントガラス拭き (2秒)

作業4：ジャッキで車を持ち上げ (2秒)

作業5：タイヤ (前輪左側) 交換 (4秒)

作業6：タイヤ (前輪右側) 交換 (4秒)

作業7：タイヤ (後輪左側) 交換 (4秒)

作業8：タイヤ (後輪右側) 交換 (4秒)

作業9：給油 (11秒)

作業10：ジャッキ降ろし (2秒)

各作業には、作業時間のほかに、この作業が終わらないと次の作業ができないといったような先行制約がある。作業時間と先行制約は、図4のようになっている。

いま、あなたを含めて3人のピットクルーがいて、これらの作業を手分けして行うものとする。作業は途中で中断できないものとする、なるべく早く最後の作業を完了させるには、誰がどの作業をどういう順番で行えばよいのだろうか？

この問題は、並列ジョブスケジューリングとよばれる問題です。

3人の作業員(ピットクルー)が同一である(区別しない)と考えたときには、資源量上限が3の資源が1つあるものとしてモデル化できます。

並列ジョブスケジューリングの例題(ピットイン時間を短縮せよ!)

```
resource worker interval 0 inf capacity 3
```

```
activity prepare
  mode duration 3
  worker interval 0 3 requirement 1
```

```
activity water
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1
```

```
activity front
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1
```

```
activity jackup
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1
```

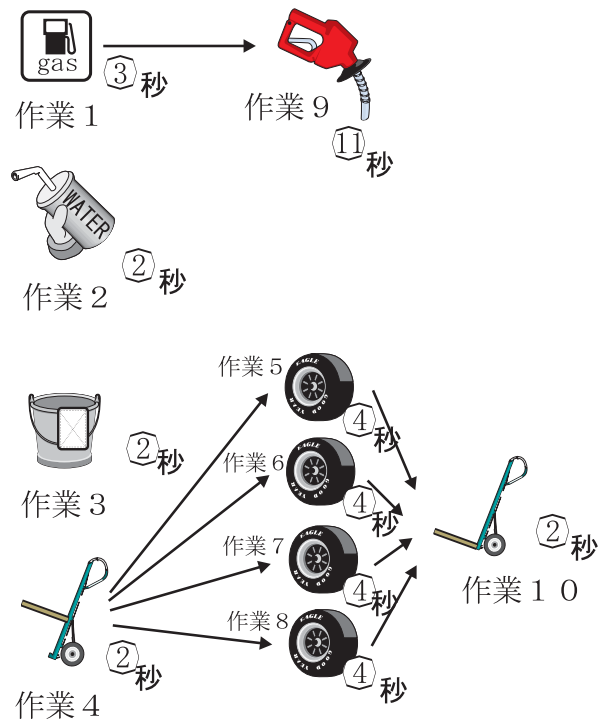


図 4: ピットクルーの作業の作業時間と先行制約

```

activity tire1
    mode duration 4
    worker interval 0 4 requirement 1

activity tire2
    mode duration 4
    worker interval 0 4 requirement 1

activity tire3
    mode duration 4
    worker interval 0 4 requirement 1

activity tire4
    mode duration 4
    worker interval 0 4 requirement 1

activity oil
    mode duration 11
    worker interval 0 11 requirement 1

activity jackdown
    mode duration 2
    worker interval 0 2 requirement 1

# 先行制約
temporal prepare oil
temporal jackup tire1
temporal jackup tire2
temporal jackup tire3

```



```

temporal  jackup  tire4
temporal  tire1  jackdown
temporal  tire2  jackdown
temporal  tire3  jackdown
temporal  tire4  jackdown

```

```

# 最大完了時刻最小化
activity sink duedate 0

```

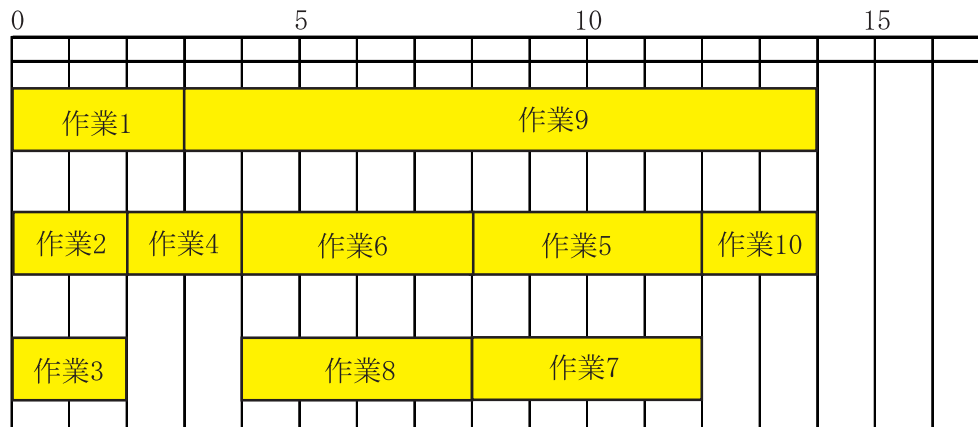


図 5: ピットイン時間 14 秒のスケジュール (ガントチャート)

OptSeq を実行すると、以下の結果が得られます。

```

# reading data ... done: 0.00(s)
# random seed: 1
# tabu tenure: 1
# cpu time limit: 3.00(s)
# iteration limit: 1073741823
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done
#scc 12
objective value = 14 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 14/14

--- best activity list ---
source prepare water oil front jackup tire4 tire2 tire1 tire3 jackdown sink

--- best solution ---
source ---: 0 0

```

```
sink ---: 14 14
prepare ---: 0 0--3 3
water ---: 0 0--2 2
front ---: 0 0--2 2
jackup ---: 2 2--4 4
tire1 ---: 8 8--12 12
tire2 ---: 4 4--8 8
tire3 ---: 8 8--12 12
tire4 ---: 4 4--8 8
oil ---: 3 3--14 14
jackdown ---: 12 12--14 14

objective value = 14
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 0/37644
```

これは完了時刻 14 のスケジュールで、作業 1 の後に作業 9 を行わなければならないことを考えると最適であることがわかります。得られたスケジュールをガントチャートで図示すると、図 5 のようになります。

ここで扱った例題は、久保幹雄、松井知己著「組合せ最適化短編集」(朝倉書店)から引用したものです。そこでは、通常の工場内で用いられているディスパッチング・ルールのような単純な(処理的な)ヒューリスティクスを用いると、直感に合わない変な結果が出てくる可能性があることを、お話を通して解説しています。詳細については、原著をご参照ください。

練習問題 3 上の例題を、作業員 4 人で作業を行うとしたときのスケジュールを OptSeq を用いて解いてみましょう。また、得られたスケジュールをディスパッチング・ルールのようなヒューリスティクスで解いた場合のスケジュールと比べてみましょう。

練習問題 4 上の例題を、先行制約をなくしたと仮定して、OptSeq を用いて解いてみましょう。また、得られたスケジュールをディスパッチング・ルールのようなヒューリスティクスで解いた場合のスケジュールと比べてみましょう。

練習問題 5 上の例題を、作業時間をすべて 1 秒短縮したと仮定して、OptSeq を用いて解いてみましょう。また、得られたスケジュールをディスパッチング・ルールのようなヒューリスティクスで解いた場合のスケジュールと比べてみましょう。

6 並列ショップスケジューリング 2-モードの概念と使用法

ここで学ぶこと

- モードの概念と使用法
- モードの入力の仕方

ここでは、前節の例題を「モード」の概念を用いて解いてみましょう。

まず、モードとは何か、ならびにその使用方法について解説します。

1つの作業でも、複数の異なった処理方法をとることが可能な場合が、実際問題では多くあります。たとえば、「ジュースを買う」という作業を行うときにも、「コンビニに買いに行く」、「自販機で買う」、「スーパーで割り引き中のジュースを買いに行く」など、様々な処理方法が考えられます。OptSeqでは、このように作業の処理の仕方が複数存在する場合は、作業に「モード」を付加することによって解決します。作業は、与えられたいずれか1つのモードを選択することによって処理されます。モードごとに、作業時間、使用する資源とその使用量などを設定できます。たとえば、「ジュースを買う」という作業の例では、3つのモードを設定し、モードごとのデータを

コンビニモード：作業時間 20 分，お金資源 120 円，人資源 1 人

自販機モード：作業時間 5 分，お金資源 120 円，人資源 1 人

スーパーモード：作業時間 40 分，お金資源 100 円，人資源 1 人，車資源 1 台

のように設定します。

また、モードは作業を行う人数（や処理を行う機械の台数）によって作業時間が短縮される場合にもよく使われます。

前節で扱った3人の作業員が、「給油準備作業」を協力して作業を行い、時間短縮ができる場合を考えます。1人でやれば3秒かかる作業が、2人でやれば2秒、3人がかりなら1秒で終わるものとし、これは、作業に3つのモードをもたせ、それぞれ作業時間と使用資源量を以下のように設定することによって表現できます。

モード 1：作業時間 3 秒，人資源 1 人

モード 2：作業時間 2 秒，人資源 2 人

モード 3：作業時間 1 秒，人資源 3 人

これを記述するためには、まず、3つのモードをキーワード `mode` で記述します。モードの記述方法は、作業（activity）と同じで、

```
mode 処理モード名 duration 処理時間
    資源名 interval 区間 requirement 使用量
        interval 区間 requirement 使用量 ...
```

と定義します。

例題のデータでは、

```
mode m1 duration 3
    worker interval 0 3 requirement 1
```

```
mode m2 duration 2
    worker interval 0 2 requirement 2
```

```
mode m3 duration 1
    worker interval 0 1 requirement 3
```

となります。

その後で、給油準備を表す作業(名称はprepare)に、上で定義した3つのモード(名称はm1, m2, m3)を追加します。

```
activity prepare
    m1 m2 m3
```

作業時間はモードで記述したので、作業では書く必要はありません。

入力データ全体を以下に示しておきます。

並列シヨップスケジューリングの例題(モードを用いた場合)

```
resource worker interval 0 inf capacity 3

mode m1 duration 3
    worker interval 0 3 requirement 1

mode m2 duration 2
    worker interval 0 2 requirement 2

mode m3 duration 1
    worker interval 0 1 requirement 3

activity prepare
    m1 m2 m3

activity water
    mode duration 2
    worker interval 0 2 requirement 1
```

```

activity front
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1

activity jackup
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1

activity tire1
  mode duration 4
  worker interval 0 4 requirement 1

activity tire2
  mode duration 4
  worker interval 0 4 requirement 1

activity tire3
  mode duration 4
  worker interval 0 4 requirement 1

activity tire4
  mode duration 4
  worker interval 0 4 requirement 1

activity oil
  mode duration 11
  worker interval 0 11 requirement 1

activity jackdown
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1

# 先行制約
temporal prepare oil
temporal jackup tire1
temporal jackup tire2
temporal jackup tire3
temporal jackup tire4
temporal tire1 jackdown
temporal tire2 jackdown
temporal tire3 jackdown
temporal tire4 jackdown

# 最大完了時刻最小化
activity sink due date 0

```

結果は、以下のようになります。

```

# reading data ... done: 0.00(s)
# random seed: 1
# tabu tenure: 1
# cpu time limit: 3.00(s)
# iteration limit: 1073741823
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done

```

```

#scc 12
objective value = 14 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 14/14
objective value = 13 (cpu time = 0.00(s), iteration = 7)

--- best activity list ---
source prepare oil jackup tire4 tire2 tire1 water tire3 front jackdown sink

--- best solution ---
source ---: 0 0
sink ---: 13 13
prepare m3: 0 0--1 1
water ---: 1 1--3 3
front ---: 11 11--13 13
jackup ---: 1 1--3 3
tire1 ---: 7 7--11 11
tire2 ---: 3 3--7 7
tire3 ---: 7 7--11 11
tire4 ---: 3 3--7 7
oil ---: 1 1--12 12
jackdown ---: 11 11--13 13

objective value = 13
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 7/23318

```

結果は、給油準備作業 (prepare) を3人の作業員が共同で行うモード (モード m3) で行うことによつて、1秒短縮した13秒で終わることが分かります。

7 資源制約付きスケジューリング—お家を早く造ろう!—

ここで学ぶこと

- 時間によって変化する資源量上限の入力の仕方
- 作業開始からの経過時間によって変化する資源の必要量の入力の仕方

あなたは1階建てのお家を造ろうとしている大工さんだ。あなたの仕事は、なるべく早くお家を完成させることだ。お家を造るためには、幾つかの作業をこなさなければならない。まず、土台を造り、1階の壁を組み立て、屋根を取り付け、さらに1階の内装をしなければならない。ただし、土台を造る終わる前に1階の建設は開始できず、内装工事も開始できない。また、1階の壁を作り終わる前に屋根の取り付けは開始できない。

各作業とそれを行うのに必要な時間(単位は日)は、以下のようになっている。

土台：2人の作業員で1日

1階の壁：最初の1日目は2人、その後の2日間は1人で、合計3日

内装：1人の作業員で2日

屋根：最初の1日は1人、次の1日は2人の作業員が必要で、合計2日

いま、作業をする人は、あなたをあわせて2人いるが、相棒の1人は作業開始3日目に休暇をとっている。さて、最短で何日でお家を造ることができるだろうか?

作業間の先行制約と作業に必要な時間ならびに人数は、図6のようになっています。この図には、すべての作業が終了したあとを表すダミーの作業(お家の完成!)が追加されています。この完成を表す作業をなるべく早く終了させることが、問題の目的となります。

この例題をOptSeqで解いてみましょう。

まず、資源に関するデータを入力しますが、問題になるのは作業員の内の1人が3日目に休暇をとっていることです。

この例題における休暇を表現するには、0日目から2日目まで2人、2日目から3日目まで1人、3日目から最後まで2人と入れます。

```
resource worker
```

```
interval 0 2    capacity 2
```

```
interval 2 3    capacity 1
```

```
interval 3 inf  capacity 2
```

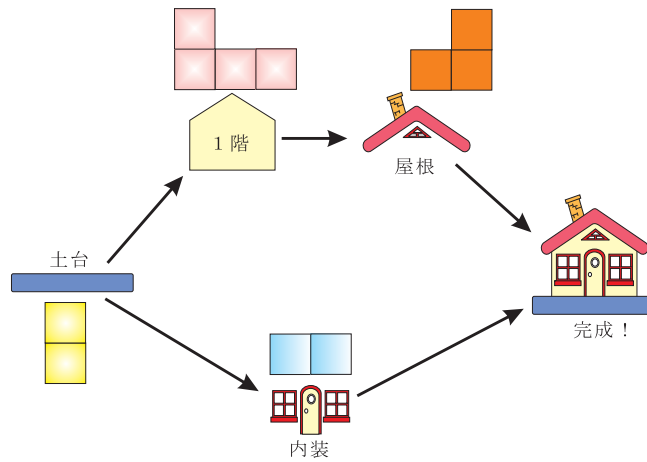


図 6: お家を造るための作業，先行制約，必要な人数

作業とモードの入力の仕方は，前節までの例題と同じです．

さて，1階の壁の取り付け作業は，最初の1日目は2人，その後の2日間は1人で，合計3日間かかりました．このように日ごとに変化する資源使用量（人数）を入力するには，複数の区間に対して，資源の使用量を入力します．

```
activity first
    mode duration 3
    worker interval 0 1 requirement 2
    worker interval 1 3 requirement 1
```

他の部分の入力は，前節までと同様です．念のためすべての入力データを以下に示します．

資源制約付きスケジューリング--お家を早く造ろう!--

```
resource worker
    interval 0 2    capacity 2
    interval 2 3    capacity 1
    interval 3 inf  capacity 2

activity base
    mode duration 1
    worker interval 0 1 requirement 2

activity first
    mode duration 3
    worker interval 0 1 requirement 2
    worker interval 1 3 requirement 1

activity interior
    mode duration 2
    worker interval 0 2 requirement 1
```

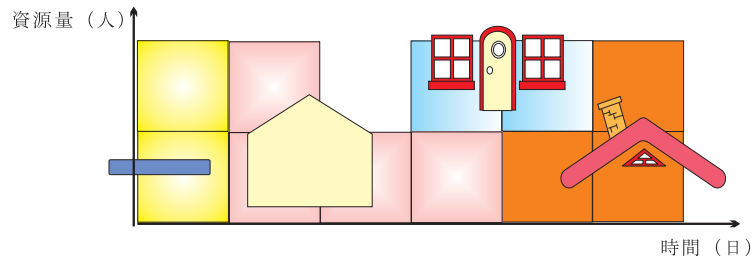



図 7: お家を造るためのスケジュール (ガントチャート)

```
activity ceil
  mode duration 2
  worker interval 0 1 requirement 1
  worker interval 1 2 requirement 2
```

```
# 先行制約
temporal base first
temporal base interior
temporal first ceil
```

```
# 最大完了時刻最小化
activity sink due date 0
```

OptSeq によって求解すると、以下のような結果が得られます。

```
# reading data ... done: 0.00(s)
# random seed: 1
# tabu tenure: 1
# cpu time limit: 3.00(s)
# iteration limit: 1073741823
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done
#scc 6
objective value = 6 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 6/6
--- best activity list ---
source base first interior ceil sink

--- best solution ---
source ---: 0 0
sink ---: 6 6
base ---: 0 0--1 1
```

```

first ---: 1 1--4 4
interior ---: 3 3--5 5
ceiling ---: 4 4--6 6

```

```

objective value = 6
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 1/38887

```

これは、土台は1日目、1階は2日目、内装は4日目、屋根は5日目に作業を開始するスケジュールを表しています。完了時刻は6日で、資源の制約がない場合（PERTの場合）の完了時刻と一致することから、最適解であることがわかります。図7に得られたスケジュールと使用する資源量を示します。

練習問題 6 2階建てのお家を造る問題を考え、それを OptSeq を用いて解いてみましょう。

練習問題 7 作業を開始する時刻がある時刻より後である必要がある時刻を「リリース時刻」とよびます。1階建てのお家を作る例題で、内装作業を行うのが5日以降でなければならないときのスケジュールを求めてみましょう。

8 納期遅れを最小にしよう!

ここで学ぶこと

- 作業ごとに異なる納期の設定法

あなたは売れっ子連載作家だ。あなたは、A, B, C, D の4社から原稿を依頼されており、それぞれ、どんなに急いで書いても1日、2日、3日、4日かかるものと思われる。各社に約束した納期は、それぞれ5日後、9日後、9日後、4日後であり、納期から1日遅れるごとに1万円の遅延ペナルティを払わなければならない。

会社名	A	B	C	D
作業時間(日)	1	2	3	4
納期(日後)	5	9	6	4

どのような順番で原稿を書けば、支払うペナルティ料の合計を最小にできるだろうか?

上の例題は、納期遅れ最小化を目的とした1機械スケジューリングとよばれる問題です。OptSeqでは、作業名の後ろに、キーワード `duedate` を付加することによって、作業の納期を設定できます。

activity 作業名 duedate 納期

たとえば, 作業 A (名称は A) の納期を 5 日後に設定するためには, 以下のようなします.

```
activity A duedate 5
```

以下に入力データの全体を示します.

```
# 納期遅れを最小にしよう!
```

```
resource writer
```

```
interval 0 inf capacity 1
```

```
activity A duedate 5
```

```
mode duration 1
```

```
writer interval 0 1 requirement 1
```

```
activity B duedate 9
```

```
mode duration 2
```

```
writer interval 0 2 requirement 1
```

```
activity C duedate 6
```

```
mode duration 3
```

```
writer interval 0 3 requirement 1
```

```
activity D duedate 4
```

```
mode duration 4
```

```
writer interval 0 4 requirement 1
```

結果は, 以下のようになります.

```
# reading data ... done: 0.00(s)
```

```
# random seed: 1
```

```
# tabu tenure: 1
```

```
# cpu time limit: 3.00(s)
```

```
# iteration limit: 1073741823
```

```
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done
```

```
#scc 6
```

```
objective value = 3 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
```

```
0: 0.00(s): 3/3
```

```
--- best activity list ---
```

```
source D A C B sink
```

```
--- best solution ---
```

```
source ---: 0 0
```

```

sink ---: 10 10
A ---: 4 4--5 5
B ---: 8 8--10 10
C ---: 5 5--8 8
D ---: 0 0--4 4

```

```

objective value = 3
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 0/57376

```

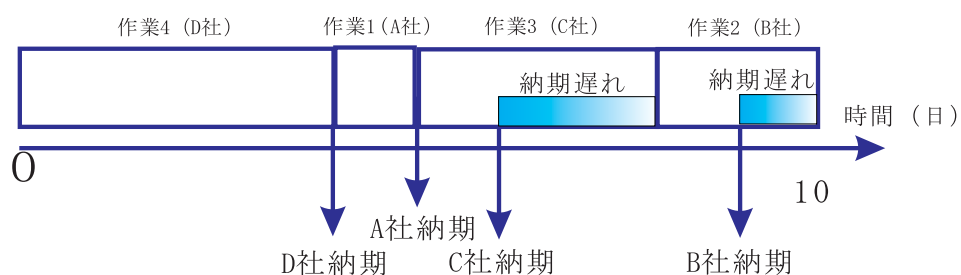


図 8: 1 機械スケジューリング問題の結果 (ガントチャート)

これは、D,A,C,B 社の順に仕事をすれば良いことを表しています。納期遅れは、C社に対して 2 日、B社に対して 1 日で、合計 3 日分 (3 万円) のペナルティを支払えば良いことを表します (図 8)。

9 航空機をもっと早く離陸させよう! (CPM)

ここで学ぶこと

- 再生不能資源 (お金や原材料など使用するとなくなってしまうタイプの資源) の表現法
- クリティカルパス法 (CPM) のモードと再生不能資源による表現法

あなたは、§ 3 や § 4 で登場した航空機会社のコンサルタントだ。あなたは、以前と同じ設定で、作業時間の短縮を要求されている（ただし、§ 3 と同様に、資源制約（人の制限）はないものとする。）いま、航空機の離陸の前にする作業の時間が、費用をかけることによって短縮でき、各作業の標準時間、新設備導入によって短縮したときの時間、ならびにそのときに必要な費用は、以下のように推定されているものとする。

作業 1： 乗客降ろし 13 分。10 分に短縮可能で、1 万ドル必要。

作業 2： 荷物降ろし 25 分。20 分に短縮可能で、1 万ドル必要。

作業 3： 機内清掃 15 分。10 分に短縮可能で、1 万ドル必要。

作業 4： 新しい乗客の搭乗 27 分。25 分に短縮可能で、1 万ドル必要。

作業 5： 新しい荷物積み込み 22 分。20 分に短縮可能で、1 万ドル必要。

さて、いくら費用をかけると、どのくらい離陸時刻を短縮することができるだろうか？

これは、クリティカルパス法 (critical path method, 略して CPM) とよばれる古典的な問題です。CPM は、作業時間を費用（お金）をかけることによって短縮できるという仮定のもとで、費用と作業完了時刻のトレードオフ曲線を求めることを目的とした PERT の変形で、資源制約がないときには効率的な解法が古くから知られていますが、資源制約がつくと困難な問題になります。ここでは、この問題が、上の節までで学んだ「モード」と「再生不能資源」を用いて、OptSeq で簡単にモデリングできることを示します。

さて、作業は通常の作業時間と短縮時の作業時間をもちますが、これは作業に付随するモードで表現することにしましょう。問題となるのは、作業時間を短縮したときには、お金がかかることです。お金は資源の一種と考えられますが、いままで考えていた資源とは若干異なります。

いままで考えていた資源は、機械や人のように、作業時間中は使用されていますが、作業が終了すると、再び別の作業で使うことができるようになります。このように、作業完了後に再び使用可能になる資源を、「再生可能資源」とよびます。

一方、お金や原材料のように、一度使うとなくなってしまう資源も考えられます。このような資源を、「再生不能資源」とよびます。

例題に対して、再生不能資源（お金）の上限を色々変えて最短時間を求めてみましょう。まず、各々の作業に対して、通常の作業時間をもつ場合と、短縮された作業時間をもつ場合の 2 つのモードを追加します。以下に、作業 1（乗客降ろし）に対して、13 分の通常モードと、10 分の短縮モードを追加するための入力を示します。

```
mode m[1][1] duration 13
```

```
mode m[1][2] duration 10
```

```
activity activity[1]
```

```
m[1][1] m[1][2]
```

他の4つの作業に対しても上と同様に2つずつモードを追加します。

次に、2番目のモード(名称はm[1..5][2])を用いたときに、再生不能資源(お金)を1万ドルかかることを記述します。

再生不能資源は、キーワード nonrenewable を用いて、使用した再生不能資源の量の上限を定めます。

```
nonrenewable
```

```
消費量 (作業名, 処理モード名)
```

```
消費量 (作業名, 処理モード名)
```

```
... <= 供給量
```

記述のない作業・処理モードの組に対しては、消費量 0 と見なされます。なお、消費量は負の値であってもよいものとします。負の場合には供給量とみなされます。

例題において、再生不能資源を4万ドル以下にしたい場合には、以下のように書きます。

```
nonrenewable
```

```
+1 (activity[1],m[1][2]) +1 (activity[2],m[2][2])
```

```
+1 (activity[3],m[3][2]) +1 (activity[4],m[4][2])
```

```
+1 (activity[5],m[5][2]) <= 4
```

再生不能資源の上限が4のときのスケジュールは、図9上図のようになります。完了時刻(離陸時刻)は45分後で、作業5以外の作業はすべて短縮モードで行われます。よって、かかったお金は4万ドルとなります。

次に、再生不能資源の上限を1にすると、図9中図のようなスケジュールが得られます。完了時刻(離陸時刻)は52分後で、作業3のみが短縮モードで行われます。かかったお金は1万ドルとなります。

再生不能資源の上限を0にすると、図9下図のようなスケジュールが得られます。完了時刻(離陸時刻)は55分後で、すべての作業が通常モードで行われます。かかったお金は、当然0万ドルとなります。

念のため入力全体を以下に示します。

```
# 航空機をもっと早く離陸させよう! (CPM)
```

```
mode m[1][1] duration 13
```

```
mode m[1][2] duration 10
```

```
mode m[2][1] duration 25
```

```
mode m[2][2] duration 20
```

```
mode m[3][1] duration 15
```

```
mode m[3][2] duration 10
```

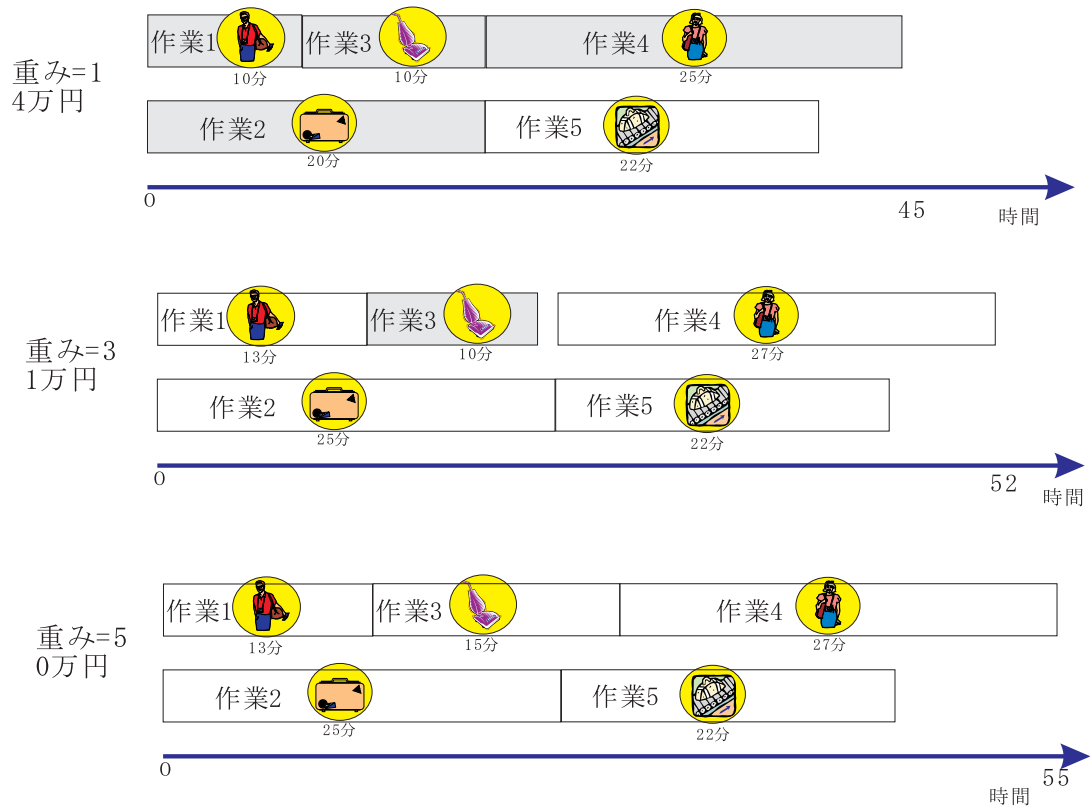


図 9: 再生不能資源の上限が 4, 1, 0 のときのスケジュール (色のついた矩形で表された作業は, 短縮モードで実施されている.)

```
mode m[4][1] duration 27
mode m[4][2] duration 25
```

```
mode m[5][1] duration 22
mode m[5][2] duration 20
```

```
activity activity[1]
  m[1][1] m[1][2]
```

```
activity activity[2]
  m[2][1] m[2][2]
```

```
activity activity[3]
  m[3][1] m[3][2]
```

```
activity activity[4]
  m[4][1] m[4][2]
```

```
activity activity[5]
  m[5][1] m[5][2]
```

先行制約

```
temporal activity[1] activity[3]
temporal activity[2] activity[4]
```

```

temporal activity[2] activity[5]
temporal activity[3] activity[4]

# 最大完了時刻最小化
activity sink duedate 0

nonrenewable
+1 (activity[1],m[1][2]) +1 (activity[2],m[2][2])
+1 (activity[3],m[3][2]) +1 (activity[4],m[4][2])
+1 (activity[5],m[5][2]) <= 4

```

練習問題 8 上の例題で、作業時間と短縮したときの費用が、以下のように設定されている場合をモデル化してみましょう。

作業1：乗客降ろし 13分・12分に短縮可能で、1万ドル必要・11分に短縮するには、さらに1万ドル必要。

作業2：荷物降ろし 25分・23分に短縮可能で、1万ドル必要・21分に短縮するには、さらに1万ドル必要。

作業3：機内清掃 15分・13分に短縮可能で、1万ドル必要・11分に短縮するには、さらに1万ドル必要。

作業4：新しい乗客の搭乗 27分・26分に短縮可能で、1万ドル必要・25分に短縮するには、さらに1万ドル必要。

作業5：新しい荷物積み込み 22分・21分に短縮可能で、1万ドル必要・20分に短縮するには、さらに1万ドル必要。

10 時間制約 – 先行制約の一般化 –

ここで学ぶこと

- 時間制約の概念と使用法（制約タイプと時間ずれ）
- 時間制約の応用

OptSeqでは、通常の先行制約の他に、様々な時間に関する制約を準備しています。時間制約を用いることによって、実際問題で発生する様々な付加条件をモデル化することができます。

時間制約は、通常の先行制約と同様に、キーワード temporal を用いて、以下のように記述します。

```
temporal 先行作業 後続作業 type 制約タイプ delay 時間ずれ
```

ここで、新しいキーワードである type と delay が追加されました。typeの後には、時間制約のタイプ（制約タイプ）を入力し、delayの後には、時間の差（時間ずれ）を入力します。

制約タイプ (type の後の文字) は, 先行 (後続) 作業がの「開始時刻」(start time) を対象にするのか, 「完了時刻」(completion time) を対象にするのかを定めます. 制約タイプは SS, SC, CS, CC のいずれかを指定します. “S” は開始時刻, “C” は完了時刻を表し, 最初に書かれた “S” もしくは “C” が先行作業の対象時刻, 後に書かれた “S” もしくは “C” が後続作業の対象時刻を表します.

時間ずれ (delay の後の数字) は, 先行作業の時刻と後続作業の時刻の差を指定します. つまり, 時間制約は,

$$(\text{先行作業の開始もしくは完了時刻}) + (\text{時間ずれ}) \leq (\text{後続作業の開始もしくは完了時刻})$$

を表します. なお, 時間ずれは負の値を設定することも可能です.

たとえば type SS は, (開始時刻) + (時間ずれ) \leq (開始時刻) の形の制約を意味します. なお, type および delay の記述は省略可能であり, その場合には, 通常の先行制約 (type CS, delay 0) と見なされます.

例として, § 3 の PERT の例題において, 作業 3 と作業 5 の開始時刻が一致しなければならないという制約を考えてみましょう.

開始時刻を一致させるためには, 制約タイプは SS (開始-開始の関係) とし, 時間ずれは 0 と設定します. また, 制約は「作業 3 の開始時刻 \leq 作業 5 の開始時刻」と「作業 5 の開始時刻 \leq 作業 3 の開始時刻」の 2 本追加します.

```
temporal activity[3] activity[5] type SS delay 0
temporal activity[5] activity[3] type SS delay 0
```

このような制約を付加して求解すると, 以下のような結果が得られます.

```
# reading data ... done: 0.00(s)
# random seed: 1
# tabu tenure: 1
# cpu time limit: 3.00(s)
# iteration limit: 1073741823
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done
#scc 6
objective value = 67 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 67/67

--- best activity list ---
source activity[2] activity[1] activity[3] activity[5] activity[4] sink
```

```

--- best solution ---
source ---: 0 0
sink ---: 67 67
activity[1] ---: 0 0--13 13
activity[2] ---: 0 0--25 25
activity[3] ---: 25 25--40 40
activity[4] ---: 40 40--67 67
activity[5] ---: 25 25--47 47

objective value = 67
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 0/85383

```

確かに、作業3と作業5の作業開始時刻が一致していることがわかります。図 10 にガントチャートを示します。

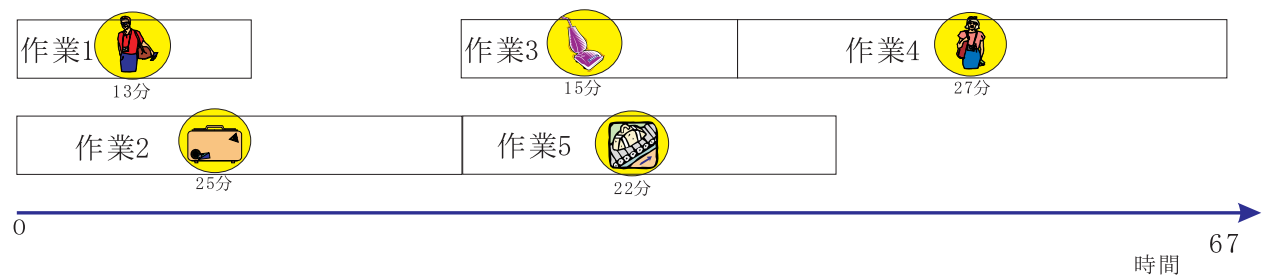


図 10: PERT の例題に作業3と作業5の同時開始を付加した場合の解 (ガントチャート)

また、作業の開始時間の固定も、この時間制約を用いると簡単にできます。OptSeqでは、すべての作業に先行するダミーの作業 source を準備してあります。この作業は必ず時刻 0 に処理されるので、開始時刻に相当する時間ずれをもつ時間制約を 2 本追加することによって、開始時刻を固定できます。

たとえば、作業5 (名称は activity[5]) の開始時刻を 50 分に固定したい場合には、

```

temporal source activity[5] type SS delay 50
temporal activity[5] source type SS delay -50

```

と時間制約を追加します。これは、作業5の開始時刻が source の開始時刻 (0) の 50 分後以下であることと、source の開始時刻が作業5の開始時刻の -50 分後以下 (言い換えれば、作業5の開始時刻が 50 分後以上) であることを規定することを意味します。

練習問題 9 作業 A と作業 B が同時に終了しなければならないことを，OptSeq で表現してみましょう。

練習問題 10 作業 A が作業を開始した MAX 時間以内に，作業 B の作業を開始しなければならないことを，OptSeq で表現してみましょう。

11 作業の途中中断

ここで学ぶこと

- 作業の途中中断の概念と使用法
- 中断中の資源使用量の記述法

多くの実際問題では，緊急の作業などが入ってくると，いま行っている作業を途中で中断して，別の（緊急で行わなければならない）作業を行った後に，再び中断していた作業を途中から行うことがしばしばあります。このように，途中で作業を中断しても，再び（一から作業をやり直すのではなく）途中から作業を続けること「作業の途中中断」とよびます。

OptSeq では，文字どおり作業を分割して処理します。たとえば，作業時間が 3 時間の作業があったとします。時間の基本単位を 1 時間としたとき，この作業は，1 時間の作業時間をもつ 3 つの作業に分割されます。

ただし，作業の一部が，途中で中断することが難しい場合もよくあります。たとえば，料理をするときに，材料を切ったり，混ぜたりするときには，途中で中断することも可能ですが，いったんオープンレンジに入れたら，途中でとめたりすることはできません。

OptSeq では，作業（モード）の時間の区間に対して，最大中断可能時間を入力することによって，様々な「作業の中断」を表現します。これは，作業もしくはモードの定義の中で，以下のようにキーワード break を用いて記述されます。

```
break interval 開始 終了 max 最大中断時間
interval 開始 終了 max 最大中断時間
...
```

interval の後には（作業開始を 0 と数えたときの）中断可能な開始時刻と終了時刻の組を入力します。max の後には，中断可能な最大の時間を入力します。この最大中断時間に 0 を入れると，その時間帯における作業の中断ができないことを表します。最大中断可能時間の指定は省略可能であり，その場合 max inf（すなわちどれだけ中断しもかまわない）と見なされます。

たとえば，§ 8 の納期遅れ最小化問題において，作業 C がいつでも最大 1 日だけ中断できることを表すには，

```
activity C duedate 6
    mode duration 3
    writer interval 0 3 requirement 1
    break interval 0 3 max 1
```

と記述します。

4日目と7日目と11日目に休暇を入れたときの納期遅れ最小化問題を解くための入力データは、以下のように書くことができます。

納期遅れを最小にしよう! (中断あり)

```
resource writer
    interval 0 3 capacity 1
    interval 4 6 capacity 1
    interval 7 10 capacity 1
    interval 11 inf capacity 1
```

```
activity A duedate 5
    mode duration 1
    writer interval 0 1 requirement 1
```

```
activity B duedate 9
    mode duration 2
    writer interval 0 2 requirement 1
    break interval 0 2 max 1
```

```
activity C duedate 6
    mode duration 3
    writer interval 0 3 requirement 1
    break interval 0 3 max 1
```

```
activity D duedate 4
    mode duration 4
    writer interval 0 4 requirement 1
```

```
break interval 0 4 max 1
```

上のデータを OptSeq によって解くと、以下の結果が得られます。

```
# reading data ... done: 0.00(s)
# random seed: 1
# tabu tenure: 1
# cpu time limit: 3.00(s)
# iteration limit: 1073741823
# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done
#scc 6
objective value = 10 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 10/10
objective value = 9 (cpu time = 0.00(s), iteration = 1)

--- best activity list ---
source D A B C sink

--- best solution ---
source ---: 0 0
sink ---: 13 13
A ---: 5 5--6 6
B ---: 6 7--9 9
C ---: 8 9--10 11--13 13
D ---: 0 0--3 4--5 5

objective value = 9
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 1/38423
```

作業Cが休日を挟んで分割して処理されていることが分かります。

また、段取りを伴う生産現場においては、中断の途中で他の作業を行うことが禁止されている場合があります。これは、休日の間に異なる作業を行うと、再び段取りなどの処理を行う必要があるため、作業を一からやり直さなければならないからです。

これは、作業の中断中でも資源を使い続けていると表現することによって回避することができます。

中断中の資源の使用量を定義するには、作業（もしくはモード）の記述の中で、

```
資源名 interval break 区間 requirement 使用量
        interval break 区間 requirement 使用量
        ...
```

と入力します。

たとえば、上の作業 C が中断中も資源を 1 単位使用すると定義するには、以下のように書きます。

```
activity C duedate 6
        mode duration 3
        writer interval 0 3 requirement 1
        writer interval break 0 3 requirement 1
        break interval 0 3 max 1
```

12 作業の並列処理

ここで学ぶこと

- 作業の並列処理の概念と使用法（最大並列数）
- 並列処理中の資源量（総和と最大資源使用量について）

§ 6 で解説した並列ジョブスケジューリング問題では、複数の機械（作業員）によって作業時間が短縮されることを、複数のモードを用いることによって表現していました。ここでは、複数資源による作業の並列処理を、より簡単に表現するための方法を紹介します。

前節の作業の途中中断と同じように、作業を、単位時間の作業時間をもつ小作業に分解して考えます。いま、資源使用量の上限が 1 より大きいとき、分解された小作業は、並列して処理できるものとします。ただし、無制限に並列処理ができない場合も多々あるので、OptSeq では、最大並列数とよばれるパラメータを用いて表現します。

並列処理は、作業（もしくはモード）の記述の中で、以下のように並列が可能な区間（小作業の番号；1 から開始される番号であることに注意）と最大並列数を設定することによって記述します。

```
parallel interval 開始 終了 max 最大並列数
        interval 開始 終了 max 最大並列数
        ...
```

最大並列処理可能数の指定は省略可能であり, その場合 `max inf` (資源の上限を超えないならいくらでも並列処理可能) と見なされます. 例えば

```
parallel interval 2 4 max 4
```

は, 2 番目, 3 番目, 4 番目の小作業から, それぞれ最大 4 個の小作業を並列処理可能であることを意味します.

複数の小作業が並列処理される場合, デフォルトでは, その間の資源使用量は各小作業が使用する量の総和と見なされますが,

```
資源名  max interval  区間  requirement  使用量
      max interval  区間  requirement  使用量
      ...
```

とキーワード `max` を付加して記述することで, 資源使用量を総和ではなく, 最大量とすることもできます.

§ 6 の並列ジョブスケジューリング問題において, 給油作業 (作業時間 3 秒) を, 最初の (1 番目の) 小作業から最大 3 個並列可能とした場合の, 入力データは以下ようになります.

並列ジョブスケジューリングの例題 (作業の並列処理の例)

```
resource worker  interval 0 inf  capacity 3

activity prepare
  mode duration 3
  parallel interval 1 1 max 3      #これが追加された .
  worker interval 0 3 requirement 1

activity water
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1

activity front
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1

activity jackup
  mode duration 2
  worker interval 0 2 requirement 1

activity tire1
  mode duration 4
  worker interval 0 4 requirement 1

activity tire2
  mode duration 4
  worker interval 0 4 requirement 1

activity tire3
  mode duration 4
  worker interval 0 4 requirement 1

activity tire4
  mode duration 4
```

```

        worker interval 0 4 requirement 1

activity oil
    mode duration 11
    worker interval 0 11 requirement 1

activity jackdown
    mode duration 2
    worker interval 0 2 requirement 1

# 先行制約
temporal prepare oil
temporal jackup tire1
temporal jackup tire2
temporal jackup tire3
temporal jackup tire4
temporal tire1 jackdown
temporal tire2 jackdown
temporal tire3 jackdown
temporal tire4 jackdown

# 最大完了時刻最小化
activity sink duedate 0

```

計算結果は以下のようになり, 1 秒短縮して 13 秒で作業が終了することが確認できます.

```

# reading data ... done: 0.00(s)

# random seed: 1

# tabu tenure: 1

# cpu time limit: 3.00(s)

# iteration limit: 1073741823

# computing all-pairs longest paths and strongly connected components ... done

#scc 12

objective value = 14 (cpu time = 0.00(s), iteration = 0)
0: 0.00(s): 14/14
objective value = 13 (cpu time = 0.00(s), iteration = 25)

--- best activity list ---
source jackup tire1 prepare water oil tire2 tire4 tire3 front jackdown sink

--- best solution ---
source ---: 0 0
sink ---: 13 13
prepare ---: 0 0--1[2] 1--2 2

```



```
water ---: 1 1--3 3
front ---: 10 10--12 12
jackup ---: 0 0--2 2
tire1 ---: 2 2--6 6
tire2 ---: 3 3--7 7
tire3 ---: 7 7--11 11
tire4 ---: 6 6--10 10
oil ---: 2 2--13 13
jackdown ---: 11 11--13 13
```

```
objective value = 13
cpu time = 0.00/3.00(s)
iteration = 25/23174
```

ここで、並列で行われた作業（名称はprepare）においては、並列数が [] で表示されます。「0 0-1[2] 1-2 2」は、「時刻0 に処理を開始し、時刻0~1 は並列数2 で処理し、その後、時刻1~2 に並列なしで処理し、時刻2 で完了」を表します。